GEOMETRIK CHEGARALANISHLI SODDA DIFFERENSIAL O‘YINLARDA QUVISH - QOCHISH MASALALARINING QO’YILISHI

Abduraximova Zulayxo Ikromjon qizi
Turan International University o’qituvchisi
zulayxoabduraximova96@gmail.com

Annotasiya: Ushbu maqolada, matematik boshqarish nazariyasining muhim yo‘nalishlaridan biri bo‘lmish differensial o‘yinlar nazariyasidagi geometrik chegaralanishli sodda differensial o’yinlarda quvish – qochish masalalari qo’yildi. Quvish masalasi va qochish masalalari yechimini topdi. Tutish masalasi yechimi teorema orqali isbotlandi.

Kalit so‘zlar: Differensial o’yin, geometrik chegaralanish, quvish masalasi, qochish masalasi, parallel quvish strategiyasi, tutish masalasi.

Аннотация: В этой статье рассматриваются задачи преследования и убегания в геометрически ограниченных простых дифференциальных играх, которые являются одним из важных направлений теории дифференциальных игр в математическом управлении. Нашел решение задач преследования и убегания. Решение задачи захвата было доказано с помощью теоремы.

Ключевые слава: дифференциальная игра, геометрическое ограничение, проблема доверия, проблема бегства, параллельная стратегия преследования, проблема удержания.

Annotation: In this article, the pursuit-escape problems in simple differential games with geometric constraints are formulated, which is one of the important directions in the theory of differential games, a significant area of mathematical control theory. The solutions to the pursuit and escape problems were found. The solution to the retention problem was proven through a theorem.

Keywords: Differential game, Geometric constraint, Pursuit problem, Escape problem, Parallel pursuit strategy, Retention problem.

Differensial o‘yinlar nazariyasi 1950- yillarning boshlarida paydo bo‘ldi. Jumladan, Amerikalik matematik R.Ayzeks o‘zining differensial o‘yinlar nomli monografiyasida ancha umumlashgan differensial o‘yinlarni yechishning original usulini ishlab chiqgan. Differensial o‘yinlar nazariyasi rus matematiklari L.S.Pontryagin, N.N.Krasovskiy, YE.F.Mishenko, R.V.Gamkrelidze, B.N.Pshenichniy, L.Apetrosyan, A.I.Subbotin va M.S.Nikolskiy hamda o‘zbek matematiklari N.Yu.Satimov, A.Azamov, B.Rihsiyev va boshqalarning ilmiy tadqiqotlarida muhim o‘rin kasb etgan.[20]

Xozirgi davrda ham Differensial o‘yinlar nazariyasi fanini ham amaliy va ham fundamental fan sifatida dunyoning Rossiya, AQSh, Buyuk-Britaniya, Malayziya kabi

[20] “Bitta chiziqli differensial o'yinda uchrashishdan chetlashish masalasi tahlili” Zulfixarov Ilxom Maxmudovich ilmiy maqolasi, 48-bet

rivojlangan mamlakatlarida keng o‘rganiladi, amaliyotga tadbiq etiladi. Bu fan bo‘yicha atoqli olim, buyuk matematik hamyurtimiz Akademik N.Yu.Satimov tomonidan mamlakatimizda tashkil etilgan yirik ilmiy maktab mavjud bo‘lib, unda keng ko‘lamdagi ilmiy tadqiqotlar olib boriladi. Uning hozirgi kundagi rahbari atoqli olim, buyuk matematik Akademik A.Azamov, professorlar M.To‘xtasinov, M.Mamatov, B.Samatov, G’.Ibragimovlar tomonidan yangi masalalarning qo‘yilishi muhtaram Prezidentimizning matematika fanlari va matematiklarga bo‘lgan katta e`tiborlari va ularning oldilariga qo‘ygan vazifalariga hamohang bo‘lib, biz yoshlarni mazkur fanning kelgusi rivojiga mas`ullik tuyg`usini uyg`otib, mazkur masalalar ustida ishlashga undaydi.

Differensial o’yinlar nazariyasida geometrik chegaralanishlar uchun sodda masalalarni qo’yilishi muhim ahamiyatga ega. Har bir chegaralanish uchun masalani qo’yish va yechish o’yinni yanada mohiyatini anglashga xizmat qiladi. Quyida geometrik chegaralanish uchun masalani qo’yib uni yechimini topamiz.

R^n fazoda ikkita obyekt ya’ni P -qulovchiva E -qochuvchi ularni harakati inersiyasi bo‘lib ixtiyoriy vaqtda ixtiyoriy tomonga qarab harakat trayektoriyasini o‘zgartirishi mumkin. Agar qulovchining tezligi u ga teng, qochuvchining tezligi v ga teng bo‘lib, bu tezliklarning kattaligi mos ravishda va β sonlaridan katta bo‘lmasa ularning harakat dinamikasi quyidagi tenglamalar bilan ifodalanadi.

$$P:\begin{cases} \dot{x}=u \\ x(0)=x_0 \end{cases} \tag{1}$$

$$E:\begin{cases} \dot{y}=v \\ y(0)=y_0 \end{cases} \tag{2}$$

Bunda $y,u,v\in R^n$, $n\geq 1$ x_0, y_0 obyektlarning $t=0$ vaqtdagi holati, ya’ni boshlano‘ich holati.

Tezliklar uchun quyidagi shartlar o‘rinli

$$|u|\leq\alpha \tag{3}$$

$$|v|\leq\beta \tag{4}$$

$$|u|=\sqrt{u_1^2+u_2^2+\ldots+u_n^2}$$

$$|v|=\sqrt{v_1^2+v_2^2+\ldots+v_n^2}$$

Harbir t vaqtda u va v tezliklar vaqtga bo‘g‘liq ravishda o‘zgaradi va bu o‘zgarish funksiyasini o‘lchanuvchi funksiyalar sinfidan tanlanadi. Barcha (3) shartni qanoatlantiruvchi $u(\cdot):[0+\infty)\to R^n$ o‘lchanuvchi funksiyalar V_G to‘plamini U_G bilan belgilaymiz.Barcha (4) shartni qanoatlantiruvchi $v(\cdot):[0+\infty)\to R^n$ o‘lchanuvchi funksiyalar sinfini deb belgilaymiz.

Farazqilamiz $u(\cdot)\in U_G$, $v(\cdot)\in V_G$ va bu funksiyalar (1) va (2) tenglamalarga qo‘yilgan bo‘lsin.

$$P:\begin{cases}\dot{x}=u(t)\\ x(0)=x_0\end{cases} \tag{5}$$

$$E:\begin{cases}\dot{y}=v(t)\\ y(0)=y_0\end{cases} \tag{6}$$

Bu tengliklarni yechimlarini quyidagicha ko‘rinishda izlaymiz:

(5) ning yechimi

$$\Rightarrow U=v-\lambda\xi \ x(t)=x_0+\int_0^t u(s)ds \tag{7}$$

(6) ning yechimi

$$y(t)=y_0+\int_0^t v(s)ds \tag{8}$$

Bunda $x_0 \neq y_0$ bo‘lishi kerak.

(7) formulaga quvuvchining traektoriyasi deyiladi.

(8) formulaga qochuvchining traektoriyasi deyiladi.

Masala: A (quvish masalasi)

Shunday qulovchi uchun $u^*(\cdot)\in U_G$ funksiya topish kerakki qochuvchi ixtiyoriy $v(\cdot)\in V_G$ funksiyatanlanganda ham berilgan boshlano‘ich holatdan biror chekli vaqtda quyidagi tenglik $x(t)=y(t)$ (9) o‘rinli.

Masala: B (qochish masalasi)

Qulovchi uchun shunday v^* funksiya topish kerakki $\forall u(\cdot)\in U_G$ uchun berilgan boshlano‘ich holatdan $\forall t\geq 0$ da quyidagi

$$x(t)\neq y(t) \tag{10}$$

Quvish masalasini yechish usuli yoki parallel quvish strategiyasi.

Biz quvish masalasini yechish uchun uning boshqaruvi U funksiyani qurish usullari bilan tanishamiz. Masalani yechish uchun *u* boshqaruv funksiya faqat *t* ga ya’ni vaqtga boo‘liq bo‘lishi yetarli emas. Shuning uchun avval bu boshqaruvni quyidagi o‘zgaruvchilarga boo‘liq ravishda tanlanadi deb qaraymiz. Ya’ni t ga $x,y,v(t)$ ga boo‘liq funksiya sifatida

$$U=U(t,x,y,v)$$

qaraymiz.

$$U:R^n\times R^n\times R^n\times R^n\to R^n$$

Huddi shunday v boshqaruvni ham tanlash mumkin lekin quvish masalasini yechayotganga biz v boshqaruvni faqat *t* ga boo‘liq funksiya sifatida qaraymiz.

$$v=v(t), t\geq 0$$

Bunday masalaga qochuvchi informatsiyasi chegaralangan masala deb qaraladi. Agar quyidagi funksiyani

$$U = U(t, x, y, v)$$

ga olib borib qo‘ysak quyidagi murakkab sistemani hosil qilamiz.

$$P: \begin{cases} \dot{x} = U(t, x, y, v(t)) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \tag{11}$$

$$E: \begin{cases} \dot{y} = v(t) \\ y(0) = y_0 \end{cases} \tag{12}$$

(11), (12) sistema murakkab sistemadan iborat bo‘lishi mumkin va uni yechimini aniqlash va tutish masalasini yechish murakkab masala bo‘ladi. Shuning uchun tutish masalasini yechish uchun sodda strategiyalarni ya’ni t, x, y, v ga boo‘liq sodda funksiyalarni topish talab qilinadi.

Geometrik chegaralanishli xol uchun tutish masalasining yechimi

Teorema : Agar $\alpha \geq \beta$ bo‘lsa quvlovchi biror chekli t^* vaqtda

$$u(v, z_0) = v - \lambda(v, z_0) z_0 \tag{13}$$

strategiya yordamida o‘yinni yakunlash mumkin va tutish vaqti uchun quyidagi chegaralanish o‘rinli

$$t^* = \frac{|z_0|}{\alpha - \beta} \tag{14}$$

Isbot : ☺ Faraz qilamiz qochuvchi ∀ v(·) ∈ V boshqaruvni tanlasin. U holda quvlovchi quyidagi $U(v(t); z_0) = v(t) - \lambda(v; z_0) z_0$ (15)

Funksiya bo‘yicha (13) ga asosan boshqaruvni tanlasin . Natijada

$$P: \begin{cases} \dot{x} = U(v(t), z_0) \\ \dot{y} = v(t) \\ x(0) = x_0 ; y(0) = y_0 \end{cases} \tag{16}$$

(16) ni hosil qilamiz .

$$z = x - y \rightarrow \begin{cases} \dot{z} = U(v(t), z_0) - v(t) \\ z(0) = z_0 = x_0 - y_0 \end{cases} \tag{17}$$

(15) ga asosan $\begin{cases} \dot{z} = -\lambda(v(t), z_0) z_0 \\ z(0) = z_0 \end{cases}$ $z(t) - z(0) = -\int_o^t \lambda(v(s), z_0) ds\, z_0$ $z(t) = z_0 \left(1 - \int_o^t \lambda(v(s), z_0) ds\right) = z_0 \Lambda(t, v(\cdot))$ $\Lambda(t, v(\cdot)) = 1 - \int_0^t \frac{1}{|z_0|^2}\left[< v(s), z_0 > + \sqrt{< v(s), z_0 >^2 + |z_0|^2(\alpha^2 - |v|^2)}\right] ds$ $< v, z_0 > = |v||z_0| \cos\varphi$, $|v| \leq \beta$ belgilash kiritamiz $|v||z_0| = \tau$; $\cos\varphi = \Psi$ $f(\tau; \Psi) = \tau\Psi + \sqrt{\tau^2\Psi^2 + \alpha^2 - \tau^2}$; $0 \leq \tau \leq b, -1 \leq \Psi \leq 1$

$$\Lambda\big(t,v(\cdot)\big)=1-\frac{1}{|z_0|^2}\int_0^t\left[-|v(s)||z_0|+\sqrt{|v(s)|^2|z_0|^2+|z_0|^2(\alpha^2-|v(s)|^2)}\right]ds\le$$

$1-\frac{t}{|z_0|^2}(-\beta|z_0|+|z_0|\alpha)=1-\frac{t}{z_0}(\alpha-\beta)$ bu yerda $f(t)=1-\frac{t}{z_0}(\alpha-\beta)$; $\Lambda\big(t,v(\cdot)\big)\le f(t)$, $1=\Lambda\big(0,v(\cdot)\big)\le f(0)=1$, $\Lambda(T)\le 0$, $t^*\in[0,T]$, $\Lambda(t^*)=0$

Demak, $\exists\, t^*\le T$ vaqt mavjudki $\Lambda\big(t^*,v(\cdot)\big)=0$ bo‘ladi.

$T=\frac{|z_0|}{\alpha-\beta}$ $\forall\, v(\cdot)\in V$ da $z(t)=z_0\,\Lambda\big(t,v(\cdot)\big)$, $z(t^*)=z_0\Lambda\big(t^*,v(\cdot)\big)=0$

$x(t^*)=y(t^*)$. ☻

Geometrik chegaralanishlar uchun A quvish B qochish masalalari qo’yildi, shuningdek tutish masalasi o’z yechimini topdi.

Xulosa qilib aytganda, geometrik chegaralanish bilan bog'liq tutish masalasi yechimini topish uchun, quyidagi qadamlar amalga oshirildi:

1 - natija. Muammoni aniqlash: Tutish masalasi qaysi sharoitda qo'yilayotganini, qaysi tomonlar (quvuvchi va qochuvchi) ishtirok etayotgani aniqlandi.

2 - natija. Matematik modelni ishlab chiqish: O'yinchilar (quvuvchi va qochuvchi) harakatlarini matematik tarzda ifodalovchi tenglamalar tuzildi. Bu tenglamalar, odatda, differensial tenglamalar ko'rinishida bo'ldi.

3 – natija. Chegaralarni belgilash: Geometrik chegaralanish o'yinlarida cheklovlar aniqlandi (masalan, o'yinchilar harakati uchun ruxsat etilgan maydon).

4 – natija. Yechim. Tutish masalasi teorema orqali isbotlash yo’li bilan yechildi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Калмогоров А.И., Фомин С.В. «Елементы теории функций функционалного анализа», «Наука», М.-1989, -623 с.

2. Мишенко Е.Ф., Сатимов Н.Ю. «Задача уклонения от встречи в дифференциалных играх с нелинейными управлениями», ДУ, 9, №10, 1973, с.1792-1797.

3. Понтрягин Л.С., Мишенко Е.Ф. «Задача об убегании одного», ДАН СССР, -1969, - 189, №4, с.721-723

4. Понтрягин Л.С. «Линейная дифференциалъная игра убегания»,Труды. Матем. Ин-та им. В.А Стеклова, 112, 1971, с.30-63.

5. Понтрягин Л.С. и др . «Математическая теория оптимальных процессов», М. «Наука», 1969, 384 с.

6. Умрзаков Н.М. Достаточные условия разрешимости задач преследования и убегания в линейных и квазилинейных дифференциальных играх. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико- математических наук. 2012 год.

7. Zulfixarov I.M., Iskandarov D.X., Mamatov F.U. TALABALARNI MATEMATIK TAFAKKURINI RIVOJLANTIRISHDA “INTEGRAL” QONUNIGA AMAL QILISH // DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA MATEMATIKANING TURDOSH BO`LIMLARI

8. Pontryagin L. S Ordinary differential eqvetions. –ADDISON-WESLEY PUBLISHING, 1962.-298p

9. Layek G. C. An Introduction to dynamical Systems and chaos. –Springer India, 2015. -622p

10. Azamov A.A, Samatov B.T. П-strategy. An elementary Introduction to The Theory of Differential games, -T.: National Univ. of Uzb., 2000. -32p

11. Israilov I., Otakulov S. Variatsion hisob va optimal boshqaruv, -Samarqand, 2012. -242b

12. Azamov A.A., Samatov B.T. (2010). The П– strategy: Analogies and Applications, The Fourth International Conferense Game Theory and Management, St. Peterburg, Russia: 33-47