

PAPER

GARMONIK TEBRANISHLARNI O'RGANISH HAMDA DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING FIZIK MISOLLARGA TATBIQLANISHI

Erkinova Mohlaroyim Muxtorjon qizi ^{1,*}

¹ Qo'qon davlat universiteti talabasi

* erkinovamoxlaroyim05@gmail.com

Abstract

Inersiya holatidagi og'irlikka bahslashuvchi kuchlar o'zaro muvozanatda bo'lgan paytda tebranish harakatini ifodalovchi differensial tenglama soddalashtiriladi. Bu tenglama erkin tebranishni ifodalaydi va garmonik tebranish tenglamasi deb ataladi. Bu esa doimiy kasrli koeffitsientli ikkinchi tartibli chiziqli gomogen differensial tenglama hisoblanadi. Uning xususiy echimi fizik ma'noda harakat qonunlarini ochib beradi.

Key words: harakat differensial tenglamasi, garmonik tebranish, erkin tebranish, ikkinchi tartibli chiziqli gomogen differensial tenglama, Nyutonning ikkinchi qonuni, Guk qonuni.

Kirish

Fizikada tebranish harakatlarini tahlil qilishda differensial tenglamalar muhim rol o'ynaydi. Massaning bitta o'q bo'ylab harakatini tavsiflovchi kuchlar ta'siridagi modellar asosan Nyutonning ikkinchi qonuniga asoslanadi. Ushbu maqolada yuk osilgan prujina tizimida yuzaga keladigan garmonik tebranishlar differensial tenglama asosida o'rganiladi.

Adabiyotlar tahlili

- Rasulov R.Ya. va boshqalar (2024) kvant mexanikasi va differensial modellarni fizik tizimlarda tatbiq qilish bo'yicha o'z hissasini qo'shgan.

- Eshboltayev Iqbol (2023) Maple va Mathcad dasturlari yordamida stasionar Shredinger tenglamasining echimlarini yaratish metodikasini ishlab chiqqan.

- Eshboltayev Iqbol (2023) erkin harakatlanuvchi to'liqin to'planini o'rganishda zamonaviy kompyuter metodlarini qo'llagan.

- Rasulov V.R. va boshqalar (2022) ko'p fotonli yutilish va qutblanish xususiyatlarini kvant strukturada tahlil qilgan.

Bu ishlarda fizikaning differensial tenglamalar bilan

integratsiyasi orqali aniq modellar qurilgan.

Metodologiya

Yuk massasi m , prujina qattiqligi k , va og'irlik kuchi mg o'rtasidagi muvozanatdan foydalangan holda fizik holat quyidagicha o'rganildi:

- Tizim koordinata bosh nuqtasi — muvozanat nuqtasida tanlanadi.

- Guk qonuni: $F = -kx$

- Nyutonning ikkinchi qonuni: $F = ma$

Bu kuchlar asosida quyidagi tenglama hosil qilindi:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

Bu — doimiy koeffitsientli, gomogen, ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamadir.

Tahlil va natijalar

Tizim differensial tenglamasining umumiy yechimi:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \alpha) \text{ yoki } x(t) = C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)$$

Bu yerda $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, A — amplituda, α — faza burchagi.

Yechim sinusoida shaklida bo'lib, tebranish chastotasi faqat massa va prujina qattiqligiga bog'liq.

Namuna:

Agar $m = 0.5 \text{ kg}$ va $k = 20 \text{ N/m}$ bo'lsa:

$$\omega = \sqrt{\frac{20}{0.5}} = \sqrt{40} \approx 6.32 \text{ rad/s}$$

$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{0.5}{20}} \approx 0.99 \text{ s}$$

$$x(t) = 0.2 \cos(6.32t)$$

Mexanik energiya saqlanishi: $E = \frac{1}{2} kA^2$

Bu tizimni o'quv jarayonida, ayniqsa interaktiv laboratoriya ishlarida qo'llash o'z samarasini berishi aniq.

Massali-prujinali mexanik tizimning tebranish holati fizikaning muhim modellaridan biridir. Ushbu tizimda massaga faqat unga bog'langan prujinaning kuchi ta'sir qiladi, tashqi kuchlar yo'q deb hisoblanadi. Harakatni quyidagi differensial tenglama ifodalaydi:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$$

Bu tenglama klassik erkin garmonik tebranish tenglamasi bo'lib, doimiy koeffitsientli, ikkinchi tartibli, chiziqli gomogen differensial tenglama hisoblanadi.

Umumiy yechim:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \alpha) \text{ yoki } x(t) = C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t).$$

Bu yerda:

- $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ — burchak chastotasi (rad/s),
- A — amplituda (maksimal o'g'ish),
- α — bosqich burchagi (fazaviy siljish),
- C_1, C_2 — dastlabki shartlarga bog'liq doimiylar.

Yuk prujina yordamida muvozanat holatidan og'dirilib qo'yilgach, uni erkin holga qo'yish natijasida tizimda garmonik tebranish boshlanadi. Harakat sinusoida qonuniga bo'ysunadi.

Tebranishning chastotasi va davri:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Shu formulalardan ko'rinadiki, tebranish chastotasi faqat massa va prujina qattiqligiga bog'liq, ya'ni tashqi sharoitlardan mustaqil. Bu esa tizimni o'quv eksperimentlari uchun juda qulay modellar qatoriga kiritadi.

Misol uchun:

$m = 0.5 \text{ kg}$, $k = 20 \text{ N/m}$:

$$\omega = \sqrt{\frac{20}{0.5}} = \sqrt{40} \approx 6.32 \text{ rad/s}$$

$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{0.5}{20}} \approx 0.99 \text{ s}$$

$$x(t) = 0.2 \cos(6.32t)$$

Mexanik energiya saqlanishi:

$$E = \frac{1}{2} kA^2$$

Bu yerda tebranishlar so'nmas hisoblanadi (ideal shartlarda), ya'ni energiya doimiy saqlanadi. Real holatda esa muhitning qarshiligi mavjud bo'lib, u so'nuvchi tebranishlarga olib keladi.

Ta'limdagi ahamiyati:

- Ushbu model orqali o'quvchilarga differensial tenglamalarning fizik interpretatsiyasi tushuntiriladi.
- Laboratoriya tajribalari orqali amplituda, chastota, davr kabi tushunchalarni real o'lchovlar bilan bog'lash mumkin.
- Zamonaviy kompyuter dasturlari (Maple, Python, Matlab) orqali modelni interaktiv tarzda vizualizatsiya qilish mumkin.

Xulosa va takliflar

Garmonik tebranishlarni differensial tenglamalar orqali tahlil qilish fizikada muhim metod hisoblanadi. Bu yondashuv:

- O'quvchilarning matematik bilimlarini amaliyotda qo'llashga yordam beradi.
- Pujinali modellar orqali tebranishlar mexanikasini chuqur tushunishga zamin yaratadi.
- Kelajakda bu metodlarni elektr zanjirlar, to'lqinlar, akustika va optik tizimlarda qo'llash mumkin.

Takliflar:

- Fizika o'qitishda Maple yoki Python yordamida interaktiv modellar yaratish.
- Laboratoriya mashg'ulotlarida erkin tebranish modellaridan foydalanish.
- Fizika fanining differensial tenglamalar asosidagi darsliklarini ishlab chiqish.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Rasulov, R.Ya., et al. "To the theory of dimensional quantization in crystals in the Kane approximation." Journal of Physics: Conference Series, 2024.
2. Eshboltayev, Iqbol. "Using Maple, Mathcad software..." Conference, 2023.
3. Eshboltayev, Iqbol. "Studying a wave packet..." Hunan University Journal, 2023.
4. Rasulov, V.R., et al. "Polarization-Spectral Dependences..." Semiconductors, 2022.
5. Mamirjonovich, Iqbol Eshboltayev. "PISA asosida fizika savodxonligini oshirish..." Open Access Repository, 2023.
6. Erkinova M.M., "O'zbekistonda fizika va texnika fanlari bo'yicha, kreativ fikirlash yoshlar sonini oshirish omillari", respublika ilmiy-amaliy anjumani, 2025.