

ERKIN VA MAJBURIY TEBRANISHLAR

*Po'latov Sur'atjon**Mirzo Ulug'bek nomidagi Samarqand davlat
arxitektura-qurilish universiteti tayanch doktaranti
suratjonpolatov@gmail.com*

Annotatsiya: Turli xil mexanik harakatlar orasida takrorlanib turadigan harakatlar ham uchraydi. Masalan, moddiy nuqtaning aylana bo'ylab tekis harakati takrorlanuvchi harakatdir: tekis aylanayotgan moddiy nuqta har bir yangi aylanishida bir xil vaziyatlardan o'tadi, shu bilan birga, avvalgi tartibda va o'shanday tezlik bilan o'tadi.

Kalit so'zlar: erkin, majburiy, tebranishlar, so'nuvchi, ishqalanish, chastota, tezlanish, amplituda, dinamik, mexanik, kuch, doiraviy chastota

Аннотация: Среди различных механических движений встречаются и повторяющиеся движения. Например, равномерное движение материальной точки по окружности — это повторяющееся движение: равномерно вращающаяся материальная точка в каждом новом вращении проходит через одни и те же ситуации, двигаясь при этом в том же порядке и с той же скоростью, что и раньше.

Ключевые слова: свободные, вынужденные, вибрации, демпфирование, трение, амплитуда, частота, ускорение, динамические, механические, силы, круговая частота.

Kirish

Hozirgi kunda rivojlanayotgan sohalardan biri bu “Deformatsiyalanuvchi qattiq jism mexanikasi” hisoblanib, unda asosiy rolni jism biror kuch ta'sirida uning erkin yoki majburiy tebranishida hosil bo'ladigan holatlar o'rganiladi. Shu bilan birga takrorlanuvchi harakatlar ham sodir bo'adi. Shunday takrorlanuvchanlik harakatga soat mayatnigining tebranishi, ko'priklarning, musiqa asboblarida torlarning titrashi, yurak urishi va nafas olish, paroxodlarning suv to'lqinlarida tebranishi va h. z. misol bo'ladi.

Teng vaqtlar ichida takrorlanib turadigan harakatlar **davriy harakat** deyiladi.

Harakati o'rganilayotgan sistemada jismlar orasidagi o'zaro ta'sir kuchlarini **ichki kuchlar** deyiladi. Sistemadagi jismlarga shu sistemadan tashqaridagi jismlarning ta'sir kuchi **tashqi kuchlar** deb ataladi.

Materiallar va usullar.

Tebranma harakat qila oladigan sistema shunday bir vaziyatga egaki, u o'z holicha bu vaziyatda qoldirilganda istalgancha uzoq vaqt davomida bo'la oladi. Bu muvozanat vaziyatdir. Sistema to'g'ri chiziq yoki yoy bo'ylab harakatlanib, o'zining muvozanat vaziyatidan goh bir tomonga, goh qarama-qarshi tomonga chiqishidan iborat davriy harakat **tebranma harakat** yoki **tebranishlar** deyiladi.

Tebranayotgan sistemaga ko'rsatilayotgan ta'sirning xarakteriga qarab, tebranishlar **erkin** (yoki **xususiy**) va **majburiy tebranishlarga** bo'linadi. Bir marta turtki

berilgandan yoki muvozanat vaziyatidan chiqarilgandan so'ng ichki kuchlar ta'sirida yuzaga keladigan tebranishlar erkin tebranishlar deyiladi. Bunga misol qilib ipga osib qo'yilgan sharcha (mayatnik)ning tebranishini olish mumkin. Davriy ravishda o'zgaruvchan tashqi kuchlarning ta'siri ostida bo'ladigan tebranishlar majburiy tebranishlar deb ataladi. Bunga ichki yonuv dvigateli silindridagi porshenning tebranishlari, tikuv mashinasi ignasining va mokisining tebranishlari, ustidan odamlar tartibli qadam tashlab o'tayotgan ko'priknining tebranishlari misol bo'la oladi. Tebranishlar fizik tabiati va murakkablik darajasi jihatidan mexanik, elektromagnit, elektromexanik va hokazo tebranishlarga bo'linadi. Garmonik tebranish shunday hodisaki, unda tebranuvchi kattalik (masalan, mayatnikning og'ishi) vaqtga bog'liq ravishda sinus yoki kosinus qonuni bo'yicha o'zgaradi. Biz mexanik garmonik tebranishlar ustida to'xtalib o'tamiz.

Prujinaga mahkamlangan yuk yoki ipga osilgan yuk tebranishlari go'yo o'z-o'zidan sodir bo'lgandek tuyuladi. Muvozanat holatdan chiqarilgandan keyin tashqi ta'sirlarsiz sodir bo'ladigan tebranishlar **erkin tebranishlar** deb ataladi. Erkin tebrana oladigan jismlar sistemasi **tebranish sistemalari** deyiladi. Erkin tebranishlar chastotasini sistemaning **xususiy tebranishining chastotasi** deb ataladi.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2)$$

tebranish davrlari uchun berilgan (1) va (2) - formulalar aynan erkin tebranishlarga taalluqlidir. Shunday qilib, prujinali va matematik mayatniklar erkin tebranadi. Bunday tebranishlar tabiatda ko'p uchraydi. Prujinali mayatnikda bu elastiklik kuchi bo'lib, uning koordinata o'qiga proeksiyasi prujina deformasiyasiga, ya'ni jismning siljishiga proporsionaldir

$$F_x = -k \cdot x \quad (3)$$

Bu kuch muvozanat holat tomon yo'nalgan. Ipni mayatnikda bu — proeksiyasi jism siljishiga proporsional bo'lgan og'irlik va elastiklik kuchlarining teng ta'sir etuvchisidir

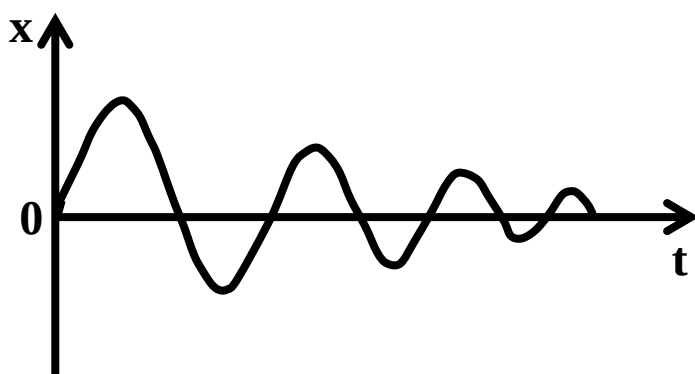
$$F_x = -\frac{mg}{l} x \quad (4)$$

bu kuch ham muvozanat holatga tomon yo'nalgan.

Ikkinchidan, sistemada ishqalanish iloji boricha kichik bo'lishi kerak, aks holda tebranish tez so'nadi umuman hosil bo'lmaydi. Tinch turgan mayatnikni turtib yuborib yoki uni ma'lum balandlikka ko'tarib, unga biz energiya: Birinchi holda — kinetik, ikkinchi holda esa potensial energiya uzatamiz. Keyinchalik, tebranma harakat davomida jism energiyasi kinetikdan potensialga va aksincha almashinib boradi. Ishqalanish bo'lmaganda mayatnikning to'la mexanik energiyasi istalgan vaqt momentida unga berilgan boshlangich energiyaga tengligicha solishi kerak.

$$E = \frac{kA^2}{2} \quad (5)$$

(5) - formuladan ko'rganimizdek, tebranayotgan jismning to'la energiyasi tebranish amplitudasining kvadrat bilan aniqlanadi. Demak, ishqalanish bo'lmaganda



1.2 - rasm



1.3-rasm

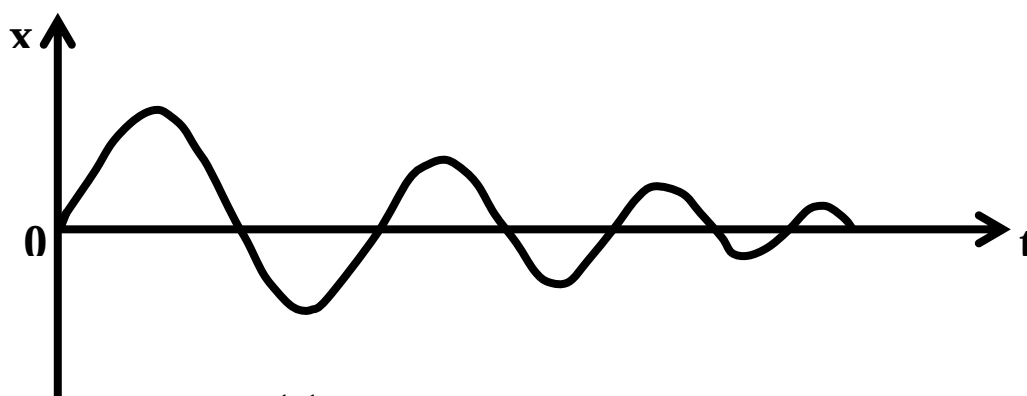
mayatnikning to'la mexanik energiyasi saqlanadi, tebranish amplitudasi ham o'zgarmaydi. Demak, erkin tebranishlar abadiy davom etishi kerak.

Erkin tebranishlar qanchalik uzoq davom etmasin, tajriba shuni ko'rsatadiki, ularning amplitudasi asta-sekin kamayib boradi, odatda tebranish so'nadi va nihoyat to'xtab qoladi. Sababi shundaki, yerdagi real sharoitlarda boshqa ko'rinishdagi harakatlar singari, tebranma harakatda ham, ishqalanish kuchi ta'siridan ozod bo'lishi mumkin emas. Ishqalanish esa hamma narsani mutlaqo o'zgartirib yuboradi. Ishqalanish kuchi harakat yo'nalishiga teskari yo'naladi, shuning uchun ham manfiy ish bajaradi.

Ish manfiy bo'lganligi tufayli to'la mexanik energiya kamayadi. Energiyaning kamayishi amplitudaning kam ayishini bildiradi. Vaqt o'tishi bilan amplitudasi kamayib boradigan tebranishlar **so'nuvchi tebranishlar** deb ataladi.

Natijalar

Har bir yangi davrda amplituda tobora kamayib boradi va ishqalanish kuchi qanchalik katta bo'lsa, amplituda shunchalik tez kamayadi.



1.1 - rasm

1.1-rasmda so'nuvchi tebranish grafigi ko'rsatilgan. So'nuvchi tebranishlarni garmonik deb hisoblash mumkin emas, chunki garmonik tebranishlar uchun amplitudaning doimiyligi xarakterlidir.

Yuqorida ko'rib o'tilgan prujinali mayatnikning yoki matematik mayatnikning erkin tebranishlari faqat ishqalanish bo'lmagan taqdirdagina garmonik tebranishlar bo'la

oladi. Lekin real tebranuvchi sistemada hamma vaqt ishqalanish, aniqrog'i qarshilik kuchlari mavjud.

Masalan, mayatnik osib qo'yilgan joydagi ishqalanish kuchi yoki sistema tebranayotgan muhitning qarshilik kuchi shular jumlasidandir. Qarshilik kuchlarini yengish uchun sistema ish bajaradi va tebranishlar energiyasining bir qismini sarflaydi. Shuning uchun tebranish energiyasi tebranish jarayonida kamayib boradi. Tebranish energiyasi amplituda kvadratiga to'g'ri proporsional bo'lgani uchun ((5) formulaga q.) tebranishlar amplitudasi ham tobora kamayib boradi va energiya zaxirasi tugagach, tebranishlar butunlay to'xtaydi. Bunday tebranishlar **so'nuvchi tebranishlar** deb ataladi. 1.2- rasmda so'nuvchi tebranishlar uchun x siljishning t vaqtga bog'liqlik grafigi tasvirlangan. Bunday bog'lanishni qumdonli mayatnik vositasida hosil qilish mumkin (1.3- rasm). Teshigi juda tor bo'lgan voronkani uzun ipga mayatnik singari osib, unga quruq qum to'ldiriladi va tebrantirib yuboriladi. Agar havoda mayatnik ancha uzoq vaqt davomida tebranishi mumkin, biroq o'shancha energiya berilgan o'sha mayatnikning o'zi suv ichida bir-ikki martadan ortiq tebrana olmaydi. So'nuvchi tebranishlarda tebranish amplitudasi vaqt o'tishi bilan kamayib borishi sababli harakat to'la takrorlanmaydi. Shuning uchun so'nuvchi tebranishlar garmonik bo'lmaydi, ular hatto davriy harakat ham bo'lmaydi. Biroq energiyaning sarflanishi (so'nish) juda sekinlik bilan amalga oshsa, bunday so'nuvchi tebranishlarni biror taqribiylik bilan **davriy harakat**, deb hisoblash mumkin.

Munozara

Erkin tebranishlardan amalda kamdan kam foydalaniladi. Istalgancha uzoq vaqt davom eta oladigan so'nmas tebranishlar esa katta amaliy ahamiyatga ega. So'nmas tebranishlarni hosil qilish uchun tebranuvchi sistema energiyasining kamayishini chetdan to'ldirib turish lozim. Buning eng qulay usuli sistemaga davriy o'zgarib turuvchi kuch bilan ta'sir etib turishdir. Davriy o'zgarib turuvchi tashqi kuch ta'sirida bo'ladigan tebranishlarni **majburiy tebranishlar** deb ataladi, bu kuchni majbur etuvchi kuch, tebranuvchi sistemani esa majburiy sistema deyiladi. Odatda, majbur etuvchi kuch sifatida vaqt bo'yicha sinus yoki kosinus qonuni bilan o'zgaradigan kuchdan foydalaniladi. Bunday kuchning ifodasi

$$F = F_0 \sin \omega t \quad (6)$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda: F_0 — kuchning amplituda (maksimal) qiymati, ω — kuch tebranishlarining doiraviy chastotasi. Majburiy tebranuvchi sistemalarga majbur etuvchi kuchdan tashqari, tebranishlarni yuzaga keltiruvchi kvazielastik kuchlar hamda muhitning qarshilik kuchi ta'sir ko'rsatadi. Sistemaning harakat tenglamasini yozishda bu kuchlarni ham hisobga olish lozim. Agar tebranishlar amplitudasi yetarli darajada kichik bo'lsa, qarshilik kuchini tezlikka proporsional, deb hisoblash mumkin. U holda, Nyutonning ikkinchi qonuniga ko'ra, harakat tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$ma = -kx - r\dot{\theta} + F_0 \sin \omega t, \quad (7)$$

bu yerda m , x , ϑ va a - mos ravishda, tebranuvchi sistemaning massasi, siljishi, tezligi va tezlanishi, r - muhitning qarshilik koeffitsiyenti. Hisobni soddalashtirish maqsadida qarshilik kuchini juda kichik deb, uni nazarga olmasak, u holda

$$ma = -kx + F_0 \sin \omega t \quad (8)$$

bo'ladi. Tezlanishning bizga ma'lum bo'lgan ifodalarini nazarga olib, (8) munosabatni quyidagicha yozamiz:

$$-m\omega^2 x = -m\omega_0^2 x + F \sin \omega t$$

va bundan majburiy tebranishlardagi siljishni topish mumkin:

$$x = \frac{F_0 \sin \omega t}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (9)$$

Bu ifodani garmonik tebranma harakat tenglamasi bilan taqqoslasak, majburiy tebranishlar amplitudasining ifodasi quyidagicha bo'ladi:

$$x_0 = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (10)$$

Xulosa

Shunday qilib, (9) va (10) formulalardan quyidagi xulosalar kelib chiqadi:

1) majburiy tebranishlar majbur etuvchi kuch chastotasiga teng chastotali garmonik tebranishlardan iborat ekan;

2) majburiy tebranishlarning x_0 amplitudasi majbur etuvchi kuchning F_0 amplitudasiga to'g'ri proporsionaldir;

3) majburiy tebranishlarning x_0 amplitudasi majbur etuvchi kuchning ω chastotasi bilan sistemaning ω_0 xususiy tebranishlari chastotasi orasidagi munosabatga bog'liq bo'ladi;

4) berilgan tebranuvchi (aniq ω_0 xususiy chastotaga ega bo'lgan) sistema uchun x siljish $F_0 \sin \omega t$ majbur etuvchi kuchga proporsional bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Hutter K. van de Ven A. A. Field-matter interaction in thermoelastic solids. - Lecture Notes in Physics. - 88. - Berlin: Springer-Verlag. 1978. - 234p.

2. Халджигитов А.А., Каландаров А.А. Новый подход к численному решению задач теории упругости. Республиканская конференция на тему «Актуальные проблемы математического моделирования, алгоритмизации и программирования». – Ташкент, 17-18 сентября 2018 г. – С. 546-550.

3. Abduvali Khaldjigitov, Aziz Kalandarov, Umidjon Djumayozov. FiniteDifference Equations for 2D Elasticity Problems on a Non-Uniform Grid // AIP Conference Proceedings 2637, 030005 (2022) <https://doi.org/10.1063/5.0118482>. (3, Scopus IF=0.189).

4. M.M.Mirsaidov, K.Ismayilov. "Elastiklik nazariyasi" Toshkent "Mashhurpress" 2023

5. R.I.Xolmurodov, X.X.Xudoynazarov. "Elastiklik nazariyasi" I-qism. O'zbekiston Resoublikasi fanlar akademiyasi "FAN" nashriyoti 2003